

위상수학 2021년 2차 졸업시험

1. 집합  $X$ 와 위상공간  $(Y, \mathfrak{S}_Y)$ 에 대하여 함수  $f: X \rightarrow (Y, \mathfrak{S}_Y)$ 에 의해 생성된

$$\mathfrak{S}_X := \{f^{-1}(G) \mid G \in \mathfrak{S}_Y\}$$

는  $X$ 위의 위상임을 증명하여라.

2. 집합  $X = \{a, b, c, d, e\}$  위에 위상  $\mathfrak{S}$ 가 다음과 같이 주어졌다.

$$\mathfrak{S} = \{\emptyset, X, \{a\}, \{c, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d, e\}\}$$

이 때, 집합  $A = \{a, b, c\}$ 의 도집합(derived set)  $A'$ 을 구하여라.

3. 집합  $A$ 를  $X$ 의 부분집합이라고 하자. 다음 각 경우에 대하여 폐포(closure)  $\overline{A}$ 를 구하여라.

- 1)  $X$  상의 이산위상(discrete topology)
- 2)  $X$  상의 비이산위상(indiscrete topology)
- 3)  $X$  상의 여유한위상(finite complement topology)

4. 실수 집합  $\mathbb{R}$  위에 보통위상(usual(standard) topology)  $\mathfrak{S}$ 에 대하여 함수

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x, & x \text{가 유리수일 때,} \\ -x, & x \text{가 무리수일 때} \end{cases}$$

에 대하여

$\mathfrak{S}_1 := \{f^{-1}(U) \mid U \in \mathfrak{S}\}$ 라 할 때, 두 집합  $A = (-2, 2)$ ,  $B = (1, 2)$ 가  $\mathfrak{S}_1$ 의 원소인지 설명하여라.

5. 보통위상(standard topology)공간  $(\mathbb{R}, \mathfrak{S})$ 에서 부분집합  $A = (0, 1)$ 에 대하여

- 1) 컴팩트(compact) 집합인지 설명하여라.
- 2) 연결집합(connected set) 인지 설명하여라.